1. (a) Passem la velocitat al Sistema Internacional

$$72\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000\,m}{1\,\cancel{km}}\cdot\frac{1\,\cancel{h}}{3600\,s}=20\,m/s$$

Ara, podem calcular l'acceleració amb

$$v=v_0+at\rightarrow a=\frac{v-v_0}{t}=\frac{0-20}{10}=-2\,m/s^2$$

(b) L'espai recorregut val

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2=20\cdot 10-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^2=100\,m$$

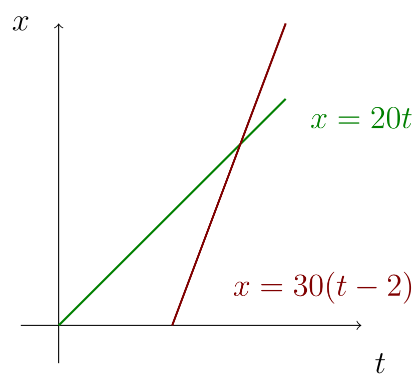
2. (a) Podem calcular directament

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2=30\cdot 5+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5^2=200\,m$$

(b) Ara, fent servir l'equació de la velocitat

$$v=v_0+at=30+4\cdot 5=50\,m/s$$

3. (a) Representem la situació i escrivim les equacions del moviment



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x=20t \\ x=30(t-2) \end{cases}$$

igualant les equacions

$$20t=30(t-2)\rightarrow 20t=30t-60\rightarrow t=\frac{60}{10}=6\,s$$

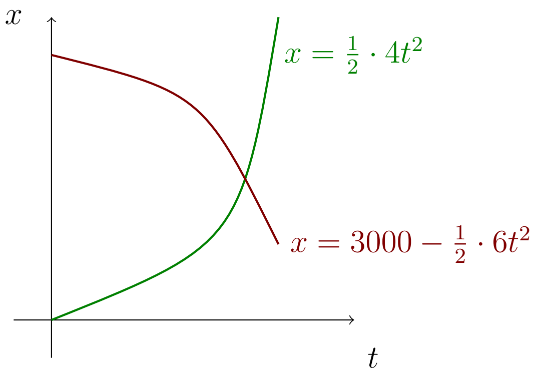
(b) Calculem directament

$$x = 20t = 20 \cdot 6 = 120\,m$$

també podem fer

$$x = 30(t-2) = 30 \cdot (6-2) = 120\,m$$

4. Posem arbitràriament a l'origen de coordenades el que es mou amb acceleració $4\,m/s^2$



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 4t^2 \\ x = 3000 - \frac{1}{2} \cdot 6t^2 \end{cases}$$

igualant les equacions

$$\frac{1}{2} \cdot 4t^2 = 3000 - \frac{1}{2} \cdot 6t^2 \rightarrow 5t^2 = 3000 \rightarrow t = \sqrt{\frac{3000}{5}} = 24,49\,s$$

5. L'equació del moviment s'escriu com

$$y = 100 - 5t - \frac{1}{2}gt^2$$

i la de la velocitat

$$v = -5 - gt$$

Per calcular el temps que tarda en arribar al terra demanem $y = 0$ en l'equació del moviment

$$0 = 100 - 5t - \frac{1}{2}gt^2$$

d'on

$$gt^2 + 10t - 200 = 0$$

amb solucions

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 800g}}{2g}$$

$$t_1 = 4,04\,s \qquad t_2 = -5,06\,s$$

Com que ens interessa l'evolució cap al futur de l'exercici ens quedem amb la solució positiva.

Ara podem calcular amb quina velocitat arriba al terra

$$v = -5 - g \cdot 4,04 = -44,6\,m/s$$

6. (a) Les equacions del moviment són

$$y = 50 + 10t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad y = 30t - \frac{1}{2}gt^2$$

Noteu que la referència de temps i altura és la mateixa per els dos. Llavors, sabem que quan es trobin ho faran a la mateixa altura

$$50 + 10t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} = 30t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2}$$

d'on

$$20t = 50 \rightarrow t = \frac{50}{20} = 2,5\,s$$

(b) Per calcular l'altura a la que es troben podem fer servir qualsevol de les equacions del moviment

$$y = 30t - \frac{1}{2}gt^2 = 30 \cdot 2,5 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (2,5)^2 = 44,375\,m$$

(c) Amb les equacions de la velocitat

$$v = 10 - gt \qquad v = 30 - gt$$

mirem quin signe té la velocitat en el moment de trobar-se

$$v = 10 - 9,8 \cdot 2,5 = -14,5\,m/s \qquad v = 30 - 9,8 \cdot 2,5 = 5,5\,m/s$$

de forma que, quan es troben, el que es llança des de $50\,m$ d'altura es troba baixant i el que es llança des del terra es troba pujant.

7. (a) Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 40\cos 60° t \\ y = 50 + 40\sin 60° t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 40\sin 60° - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 40 \cdot \frac{1}{2}t = 20t \\ y = 50 + 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{1}{2}gt^2 = 50 + 20\sqrt{3}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - gt = 20\sqrt{3} - gt \end{cases}$$

(b) Calculem el temps de vol demanant $y = 0$

$$0 = 50 + 20\sqrt{3}t - \frac{1}{2}gt^2$$

reescrivint l'equació

$$gt^2 - 40\sqrt{3}t - 100 = 0$$

d'on

$$t = \frac{40\sqrt{3} \pm \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + 4 \cdot g \cdot 100}}{2g}$$

amb solucions $t_+ = 8,23\,s \quad t_- = -1,23\,s$. Com ja sabem, la solució t_+ correspon al temps de vol.

(c) Tot seguit podem calcular l'abast màxim

$$x = 20 \cdot 8,23 = 164,6\,m$$

(d) Per calcular l'altura màxima, trobem el valor del temps pel qual es troba a la part més alta de la trajectòria

$$\frac{t_+ + t_-}{2} = \frac{8,23 + (-1,23)}{2} = 3,5\,s$$

llavors

$$y(3,5) = 50 + 20\sqrt{3} \cdot 3,5 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (3,5)^2 = 111,22\,m$$

També podíem haver demanat $v_y = 0$

$$0 = 20\sqrt{3} - gt \to t = \frac{20\sqrt{3}}{g} = \frac{20\sqrt{3}}{9,8} = 3,53\,s$$

(e) La velocitat total per qualsevol valor de temps es pot calcular com

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{\left(40 \cdot \frac{1}{2}\right)^2 + \left(40\frac{\sqrt{3}}{2} - gt\right)^2} = \sqrt{400 + \left(20\sqrt{3} - gt\right)^2} \end{aligned}$$

Quan falten 2 segons perquè arribi al terra han passat $t = 8,23 - 2 = 6,23\,s$ de forma que la velocitat total en aquest moment val

$$v(6,23) = \sqrt{400 + \left(20\sqrt{3} - g \cdot 6,23\right)^2} = 33,13\,m/s$$

8. (a) Trobem la velocitat angular en el Sistema Internacional.

$$3\,rpm = 3\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = \frac{\pi}{10}\,rad/s$$

Trobem l'acceleració angular

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\frac{\pi}{10} - 0}{5} = \frac{\pi}{50}\,rad/s^2$$

(b) Calculem l'espai angular en radians

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{50} \cdot 5^2 = \frac{\pi}{4}\,rad$$

llavors les voltes s'obtenen com

$$\frac{\pi}{4}\,\cancel{rad} \cdot \frac{1\,rev}{2\pi\,\cancel{rad}} = 0,125\,rev$$

(c) Fem servir l'equació de la velocitat

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \frac{\pi}{50} \cdot 2 = \frac{\pi}{25}\,rad/s$$

llavors l'acceleració centrípeta val

$$a_c = \omega^2 R = \left(\frac{\pi}{25}\right)^2 \cdot 10 = 1,58 \cdot 10^{-1}\,m/s^2$$