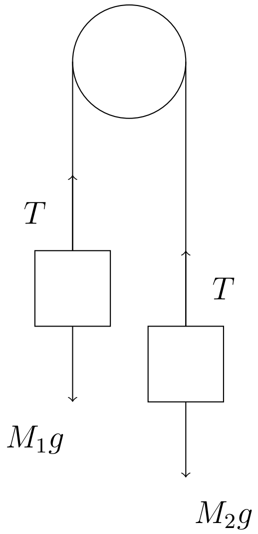
1. (a) Representem les forces que hi ha sobre les masses



(b) Si suposem que el sistema gira en *sentit horari*, és a dir que M_1 puja i M_2 baixa, podem escriure

$$\begin{cases} T - M_1 g = M_1 a \\ M_2 g - T = M_2 a \end{cases}$$

(c) Sumant les equacions

$$M_2 g - \cancel{T} + \cancel{T} - M_1 g = M_1 a + M_2 a$$

llavors

$$g(M_2 - M_1) = (M_1 + M_2)a$$

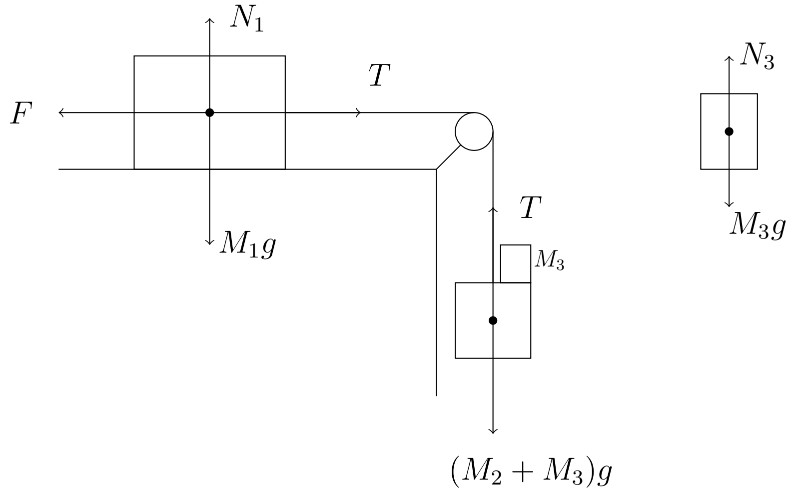
i fent servir la condició $a = g/3$ podem escriure

$$\cancel{g}(M_2 - M_1) = (M_1 + M_2)\frac{\cancel{g}}{3}$$

d'on

$$3M_2 - 3M_1 = M_1 + M_2 \rightarrow 2M_2 = 4M_1 \rightarrow M_2 = 2M_1$$

2. (a) Representem les forces sobre les masses



(b) Suposant que M_1 es mou cap a l'esquerra, les equacions que descriuen aquest sistema dinàmic, (de l'equació per M_3 en parlarem després), són

$$\begin{cases} F - T = M_1a \rightarrow 2g(M_2 + M_3) - T = M_1a \\ N_1 = M_1g \\ T - (M_2 + M_3)g = (M_2 + M_3)a \end{cases}$$

(c) fent servir les dues primeres podem escriure

$$\begin{cases} 2g(M_2 + M_3) - T = M_1a \\ T - (M_2 + M_3)g = (M_2 + M_3)a \end{cases}$$

que al sumar-les permeten obtenir

$$2g(M_2 + M_3) - (M_2 + M_3)g - \cancel{T} + \cancel{T} = (M_1 + M_2 + M_3)a$$

d'on

$$(M_2 + M_3)g = (M_1 + M_2 + M_3)a$$

i finalment

$$a = \frac{M_2 + M_3}{M_1 + M_2 + M_3}g$$

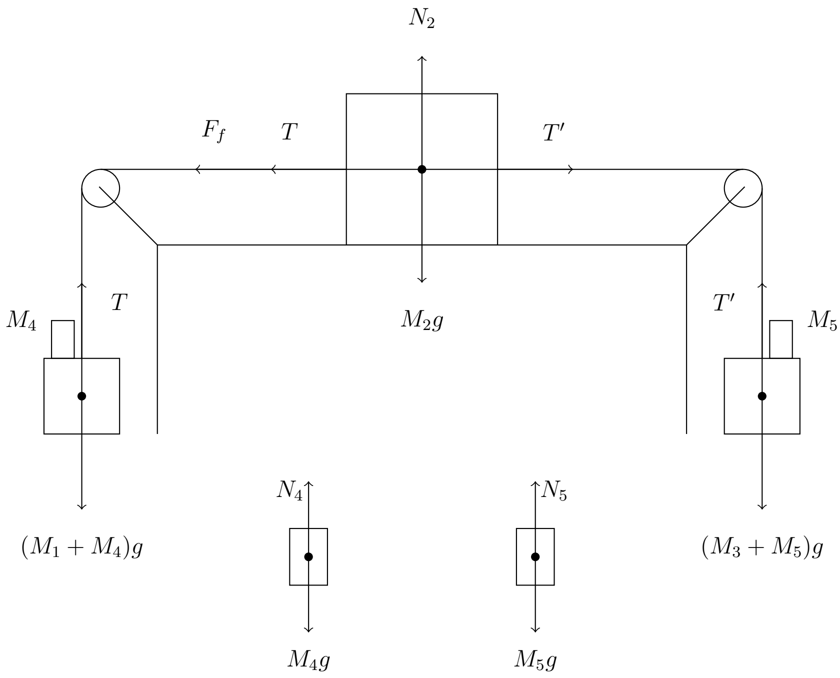
(d) Per trobar la força que fa M_2 sobre M_3 escrivim la segona llei de Newton per aquesta darrera

$$N_3 - M_3g = M_3a$$

d'on

$$N_3 = M_3 g + M_3 a = M_3(g+a) = M_3 g\left(1 + \frac{M_2 + M_3}{M_1 + M_2 + M_3}\right)$$

3. (a) Representem les forces sobre cada massa (fem a banda les de M_4 i M_5 per major claredat)



(b) Suposem que el sistema es mou *cap a la dreta*, de forma que el conjunt M_1,M_4 puja i el conjunt M_3, M_5 baixa. En aquestes condicions, la segona llei de Newton en cada cas (les corresponents a M_4 i M_5 les escriurem després) es pot escriure com

$$\begin{cases} T - (M_1 + M_4)g = (M_1 + M_4)a \\ N_2 = M_2 g \\ T' - T - F_f = M_2 a \\ (M_3 + M_5)g - T' = (M_3 + M_5)a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T - (M_1 + M_4)g = (M_1 + M_4)a \\ N_2 = M_2 g \\ T' - T - \mu N_2 = M_2 a \\ (M_3 + M_5)g - T' = (M_3 + M_5)a \end{cases}$$

(c) fent servir la segona en la tercera

$$\begin{cases} T - (M_1 + M_4)g = (M_1 + M_4)a \\ T' - T - \mu M_2 g = M_2 a \\ (M_3 + M_5)g - T' = (M_3 + M_5)a \end{cases}$$

i sumant-les

$$\cancel{T}-(M_1+M_4)g+\cancel{T'}-\cancel{T}-\mu M_2 g+(M_3+M_5)g-\cancel{T'} = (M_1+M_2+M_3+M_4+M_5)a$$

d'on

$$a = g\frac{M_3+M_5-(M_1+M_4)-\mu M_2}{M_1+M_2+M_3+M_4+M_5}$$

(d) Ara, per trobar la força que fa M_1 sobre M_4

$$N_4 - M_4 g = M_4 a$$

llavors

$$\begin{aligned} N_4 &= M_4 g + M_4 a \\ &= M_4(g+a) \\ &= M_4\left[g + g\frac{M_3+M_5-(M_1+M_4)-\mu M_2}{M_1+M_2+M_3+M_4+M_5}\right] \\ \\ &= gM_4\left[1 + \frac{M_3+M_5-(M_1+M_4)-\mu M_2}{M_1+M_2+M_3+M_4+M_5}\right] \\ \\ &= gM_4\frac{2M_3+2M_5-(\mu+1)M_2}{M_1+M_2+M_3+M_4+M_5} \end{aligned}$$

De forma semblant, per trobar la força que fa M_3 sobre M_5

$$M_5 g - N_5 = M_5 a$$

llavors

$$\begin{aligned} N_5 &= M_5 g - M_5 a \\ &= M_5(g-a) \\ &= M_5\left[g - g\frac{M_3+M_5-(M_1+M_4)-\mu M_2}{M_1+M_2+M_3+M_4+M_5}\right] \\ \\ &= gM_5\left[1 - \frac{M_3+M_5-(M_1+M_4)-\mu M_2}{M_1+M_2+M_3+M_4+M_5}\right] \\ \\ &= gM_5\frac{2M_1+2M_4+(\mu+1)M_2}{M_1+M_2+M_3+M_4+M_5} \end{aligned}$$

(e) Demanant que l'acceleració valgui zero

$$0 = g\frac{M_3 + M_5 - (M_1 + M_4) - \mu M_2}{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5}$$

tenim

$$M_3 + M_5 - (M_1 + M_4) - \mu M_2 = 0$$

d'on

$$\mu = \frac{M_3 + M_5 - (M_1 + M_4)}{M_2}$$