1. Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 40\cos 30°t \\ y = 40\sin 30°t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 40\sin 30° - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 20\sqrt{3}t \\ y = 20t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 20 - gt \end{cases}$$

(a) Per trobar el temps de vol demanem $y = 0$

$$0 = 20t - \frac{1}{2}gt^2 = t\left(20 - \frac{1}{2}gt\right)$$

d'on

$$\begin{cases} t = 0 \\ 20 - \frac{1}{2}gt = 0 \rightarrow t = \frac{40}{g} = \frac{40}{9,8} = 4,08\, s \end{cases}$$

(b) Ara, podem calcular l'abast màxim com

$$x = 20\sqrt{3}t = 20\sqrt{3}\cdot 4,08 = 141,33\, m$$

(c) Per calcular l'altura màxima trobem el temps que tarda a arribar a dalt de tot, la condició és $v_y = 0$, llavors

$$0 = 20 - gt \rightarrow t = \frac{20}{g} = \frac{20}{9,8} = 2,04\, s$$

ara posem aquest valor del temps a l'equació del moviment que controla la y

$$y(2,04) = 20\cdot 2,04 - \frac{1}{2}g\cdot(2,04)^2 = 20\cdot 2,04 - \frac{1}{2}\cdot 9,8\cdot(2,04)^2 = 20,41\, m$$

(d) Finalment, quan falta $1\, s$ per arribar al terra el temps que ha transcorregut des que es va llançar val

$$t = 4,08 - 1 = 3,08\, s$$

i la velocitat total en aquest moment

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{\left(20\sqrt{3}\right)^2 + (20 - 9,8 \cdot 3,08)^2} \\ &= 36,11\, m/s \end{aligned}$$

(e) L'equació de la trajectòria es pot obtenir fàcilment a partir de les equacions del moviment

$$\begin{cases} x = 20\sqrt{3}t \\ y = 20t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

aïllem el temps de la primera equació

$$t = \frac{x}{20\sqrt{3}}$$

i substituïm a la segona

$$y = \cancel{20} \cdot \frac{x}{\cancel{20}\sqrt{3}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{20\sqrt{3}}\right)^2$$

d'on

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{g}{2400}x^2$$

2. Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 30\cos 45°t \\ y = 40 + 30\sin 45°t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 30\sin 45° - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 10\sqrt{2}t \\ y = 40 + 15\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 15\sqrt{2} - gt \end{cases}$$

(a) Per trobar el temps de vol demanem $y = 0$

$$0 = 40 + 15\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow gt^2 - 30\sqrt{2}t - 80 = 0$$

d'on

$$t = \frac{30\sqrt{2} \pm \sqrt{30^2 \cdot 2 + 4 \cdot g \cdot 80}}{2g} = \frac{30\sqrt{2} \pm \sqrt{4936}}{19,6}$$

amb solucions $t_+ = 5,75\,s$ i $t_- = -1,42\,s$

(b) Calculem l'abast màxim

$$x = 15\sqrt{2}t = 15\sqrt{2} \cdot 5,75 = 121,98\,m$$

(c) Per l'alçada màxima podem trobar el valor del temps pel qual es troba a dalt de tot amb

$$t = \frac{t_+ + t_-}{2} = \frac{5,75 - 1,42}{2} = 2,165\,s$$

i fem servir aquest temps en l'equació que descriu el moviment vertical

$$y(2,165) = 40 + 15\sqrt{2} \cdot (2,165) - \frac{1}{2}g\,(2,165)^2 = 62,96\,m$$

També podem calcular el temps que tarda en arribar a dalt de tot demanant $v_y = 0$

$$0 = 15\sqrt{2} - gt \rightarrow t = \frac{15\sqrt{2}}{g} = \frac{15\sqrt{2}}{9,8} = 2,165\,s$$

(d) Dos segons abans d'arribar al terra son $5,75 - 2 = 3,75\,s$ des del començament, llavors

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{\left(15\sqrt{2}\right)^2 + \left(15\sqrt{2} - 9,8 \cdot 3,75\right)^2} \\ &= 26,29\,m/s \end{aligned}$$

(e) A partir de les equacions

$$\begin{cases} x = 15\sqrt{2}t \\ y = 40 + 15\sqrt{2}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

aïllant el temps de la primera

$$t = \frac{x}{15\sqrt{2}}$$

i substituint en la segona

$$y = 40 + \cancel{15\sqrt{2}} \cdot \frac{x}{\cancel{15\sqrt{2}}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{15\sqrt{2}}\right)^2$$

que es pot escriure com

$$y = 40 + x - \frac{gx^2}{900}$$