

1. (a) Les equacions pel cos que es troba sobre la taula són

$$\begin{cases} N = m_A g \\ T - F_f = m_A a \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$T - \mu m_A g = m_A a$$

Per l'altra massa, tenim

$$m_B - T = m_B a$$

sumant les equacions anteriors i aïllant l'acceleració obtenim

$$a = g \frac{m_B - \mu m_A}{m_A + m_B} = 9,8 \cdot \frac{2 - 0,25 \cdot 4}{2 + 4} = 1,63 \text{ m/s}^2$$

(b) Calculem directament

$$T = m_B g - m_B a = m_B (g - a) = 2 \cdot (9,8 - 1,63) = 16,34 \text{ N}$$

2. (a) Pel cos, a l'eix vertical tenim

$$N = mg \cos \alpha = 10 \cdot 9,8 \cos 30^\circ = 84,87 \text{ N}$$

i per la força de fregament

$$F_f = \mu N = \mu mg \cos \alpha = 0,1 \cdot 10 \cdot 9,8 \cos 30^\circ = 8,487 \text{ N}$$

(b) A l'eix horitzontal la segona llei de Newton s'escriu

$$F - F_f - mg \sin \alpha = ma$$

d'on

$$a = \frac{F - \mu N - mg \sin \alpha}{m} = \frac{100 - 8,487 - 10 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ}{10} = 4,25 \text{ m/s}^2$$

3. (a) D'acord amb el que vam veure als apunts, al descomposar la normal podem escriure

$$\begin{cases} N \sin \alpha = m \frac{v^2}{R} \\ N \cos \alpha = mg \end{cases}$$

Aïllant en la segona

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

i substituint en la primera

$$\frac{mg}{\cos \alpha} \sin \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

expressió que no depèn de la massa i d'on podem obtenir

$$v = \sqrt{Rg \tan \alpha} = \sqrt{80 \cdot 9,8 \cdot \tan 15^\circ} = 14,5 \text{ m/s}$$

fent un factor de conversió

$$14,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 52,18 \text{ km/h}$$

(b) A partir de la relació trobada entre la velocitat i el radi es veu que si ara és  $R' = 2R$  serà  $v' = \sqrt{2}R$ , és a dir

$$v' = R\sqrt{2} = 80\sqrt{2} = 20,5 \text{ m/s}$$

4. (a) Es pot comprovar que al descomposar la tensió podem escriure

$$\begin{cases} T \cos \alpha = mg \\ T \sin \alpha = ma \end{cases}$$

de forma que és immediat trobar

$$\frac{a}{g} = \tan \alpha \rightarrow a = g \tan \alpha = 9,8 \tan 12^\circ = 2,083 \text{ m/s}^2$$

(b) En quant a la tensió

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{0,5 \cdot 9,8}{\cos 12^\circ} = 5,01 \text{ N}$$

5. (a) Plantegem un balanç d'energia per escriure

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{mv^2}{k}} = v\sqrt{\frac{m}{k}} = 6\sqrt{\frac{0,5}{400}} = 0,212 \text{ m}$$

(b) Plantegem un balanç d'energia per la situació descrita

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}kx'^2$$

d'on

$$v' = \sqrt{\frac{mv^2 - kx'^2}{m}} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 6^2 - 400 \cdot 0,1^2}{0,5}} = 5,29 \text{ m/s}$$

6. (a) Plantejant un balanç d'energia entre el punt inicial i la part més alta del "loop"

$$mgh = mgh' + \frac{1}{2}mv^2$$

d'on

$$v = \sqrt{2g(h - h')} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot (30 - 20)} = 14 \text{ m/s}$$

(b) La segona llei de Newton en el punt més alt del "loop" s'escriu com

$$N + mg = m\frac{v^2}{R}$$

de manera que tenim

$$N = m\frac{v^2}{R} - mg = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right) = 200 \cdot \left(\frac{14^2}{10} - 9,8\right) = 1960 \text{ N}$$

7. (a) Plantegem un balanç d'energia

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh + W_{F_{nc}}$$

d'on

$$W_{F_{nc}} = \frac{1}{2}mv^2 - mgh = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 12^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 8 \sin 30^\circ = 65,6 \text{ J}$$

(b) Tenim

$$W_{F_{nc}} = \mu mg \cos \alpha \cdot d \rightarrow \mu = \frac{W_{F_{nc}}}{mg \cos \alpha \cdot d} = \frac{65,6}{2 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ \cdot 8} = 0,48$$

8. (a) És un càlcul immediat trobar

$$P_u = \frac{mgh}{t} = \frac{150 \cdot 9,8 \cdot 20}{25} = 1176 \text{ W}$$

(b) El rendiment val

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{1176}{1470} = 0,8$$

9. (a) Plantegem la conservació de la quantitat de moviment del sistema, tenint en compte que el xoc és totalment inelàstic

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \rightarrow v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 4 - 3 \cdot 2}{2 + 3} = 0,4 \text{ m/s}$$

(b) Calculem l'energia del sistema abans del xoc

$$E_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 = 22 \text{ J}$$

i l'energia del sistema després del xoc

$$E_f = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0,4^2 = 0,4 \text{ J}$$

S'han perdut  $22 - 0,4 = 21,6 \text{ J}$  d'energia.

10. (a) L'energia mecànica inicial (només és cinètica), val

$$E_i = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 20^2 = 100 \text{ J}$$

i l'energia mecànica en el punt més alt (només és potencial gravitatoria)

$$E_f = mgh = 0,5 \cdot 9,8 \cdot 18 = 88,2 \text{ J}$$

(b) La diferència d'energia és deguda al fregament, llavors

$$W_{F_{nc}} = F_f d \rightarrow F_f = \frac{100 - 88,2}{18} = 0,65 \text{ N}$$