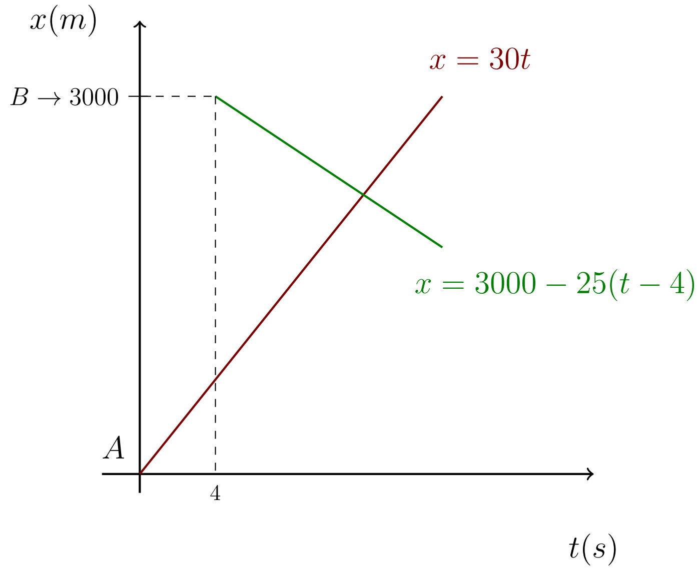
1. (a) Posem, per exemple, l'origen de coordenades al punt A, d'on surt el vehicle que circula a $30\,m/s$



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = 30t \\ x = 3000 - 25(t-4) \end{cases}$$

d'on

$$30t = 3000 - 25t + 100$$

i finalment,

$$55t = 3100 \rightarrow t = \frac{3100}{55} = 56,36\,s$$

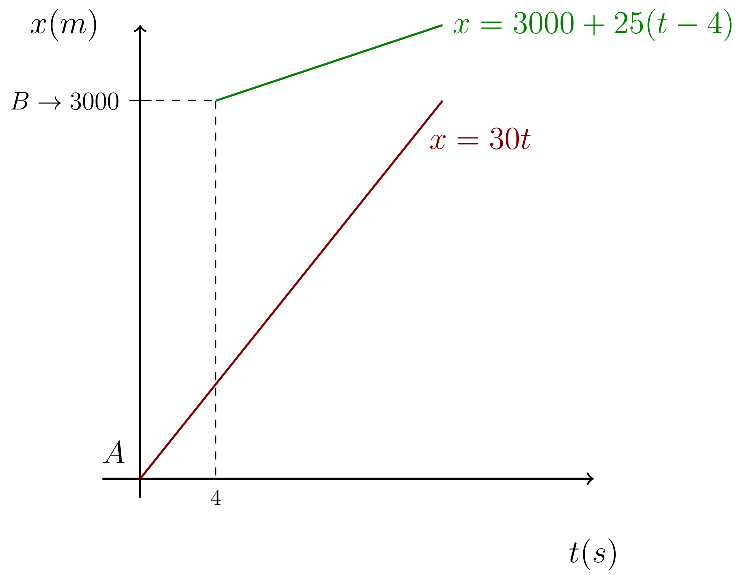
i

$$x = 30t = 30 \cdot 56,36 = 1691\,m$$

Notem que el temps calculat es mesura respecte al cotxe que surt del punt A, així com l'espai recorregut. Si volem saber el temps que tarden a trobar-se i l'espai recorregut respecte al segon cotxe hauríem de fer

$$t = 56,36 - 4 = 52,36\,s \qquad x = 3000 - 1691 = 1309\,m$$

(b) Ara no podem triar, hem de posar al darrere el que va més ràpid per tal que el problema tingui solució. Encara podríem posar l'origen de coordenades al punt B o en qualsevol altre punt. Tornem a posar-lo al punt A.



El sistema ara s'escriu

$$\begin{cases} x = 30t \\ x = 3000 + 25(t-4) \end{cases}$$

d'on

$$30t = 3000 + 25t - 100$$

i finalment,

$$5t = 2900 \to t = \frac{2900}{5} = 580\,s$$

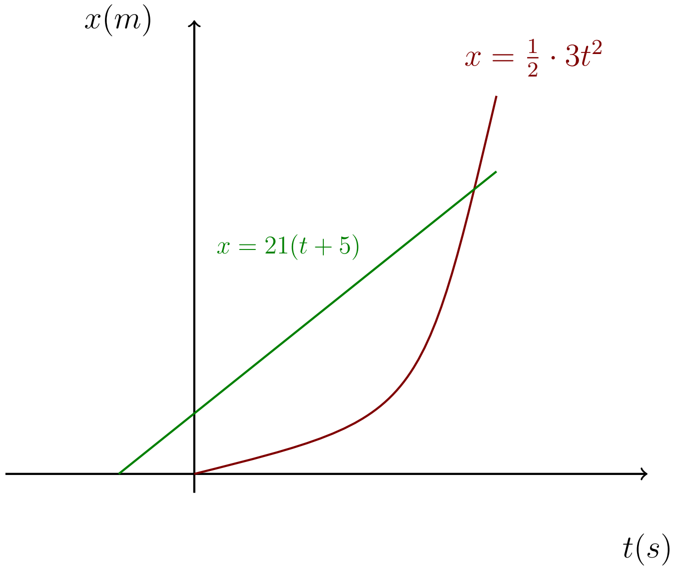
i

$$x = 30t = 30 \cdot 580 = 17400\,m$$

Des del vehicle que va partir del punt B serà

$$t = 580 - 4 = 576\,s \qquad x = 17400 - 3000 = 14400\,m$$

2. Situem l'avió a l'origen d'espai i temps, perquè d'aquesta manera la seva equació del moviment (que és de segon grau) no complicarà els càlculs. Així, li assignarem el temps inicial al vehicle i pensarem que havia passat pel costat de l'avió 5 segons abans de que arrenqui l'avió.



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 3t^2 \\ x = 30(t+5) \end{cases}$$

llavors

$$\frac{1}{2} \cdot 3t^2 = 21(t+5)$$

d'on s'obté fàcilment

$$3t^2 - 42t - 210 = 0$$

que es pot simplificar per quedar

$$t^2 - 14t - 70 = 0$$

i

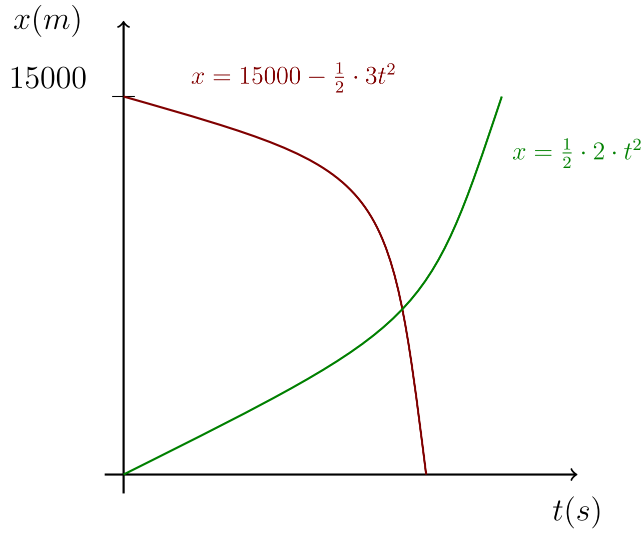
$$t = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 + 4 \cdot 70}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{476}}{2}$$

amb solucions $t_1 = 17,9\,s$, $t_2 = -3,9\,s$. Ens interessa la solució positiva.

L'espai recorregut pels dos al trobar-se valdrà

$$x = 21(t+5) = 21 \cdot (17,9+5) = 480,9\,m$$

3. Representem la situació qualitativament en una gràfica espai temps



Podem plantejar un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = 15000 - \frac{1}{2} \cdot 3t^2 \\ x = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \end{cases}$$

Igualant-les

$$15000 - \frac{1}{2} \cdot 2t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot t^2$$

d'on

$$30000 - 2t^2 = 3t^2$$

i

$$5t^2 = 30000 \rightarrow t = \pm\sqrt{6000} = \pm 77,46\,s$$

Ens quedem amb la solució positiva. La distància recorreguda des del punt que va sortir el primer val

$$x = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (77,46)^2 = 9000\,m$$