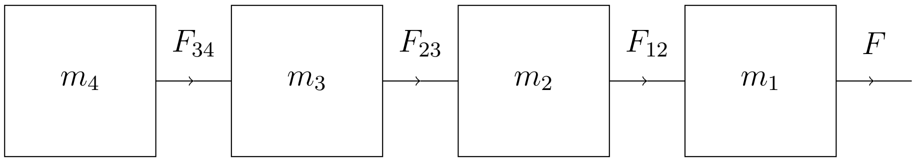
1. (a) No cal representar els parells acció reacció a les unions entre vagons.



Apliquem la segona llei de Newton al conjunt

$$F = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)a$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{10^3}{100 + 200 + 300 + 400} = 1\,m/s^2$$

(b) Apliquem la segona llei de Newton recursivament, començant per la massa més allunyada de la força F

$$F_{34} = m_4 a = 400 \cdot 1 = 400\,N$$

$$F_{23} = (m_3 + m_4)a = (300 + 400) \cdot 1 = 700\,N$$

$$F_{12} = (m_2 + m_3 + m_4)a = (200 + 300 + 400) \cdot 1 = 900\,N$$

2. (a) Fem servir una equació de cinemàtica per trobar l'acceleració

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \cdot 100}{15^2} = 0,89\,m/s^2$$

(b)

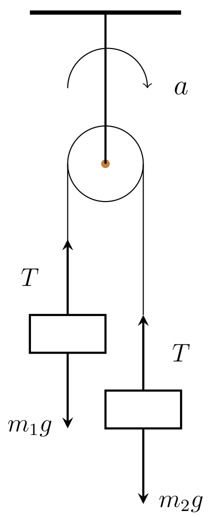
$$F = ma = 25 \cdot 0,89 = 22,22\,N$$

3. De la definició de força de fregament

$$F_f = \mu\,N$$

$$\mu = \frac{F_f}{N} = \frac{F_f}{mg} = \frac{100}{200 \cdot 9,8} = 0,051$$

4. Representem el diagrama i posem nom a les forces que hi apareixen



pel cos de la dreta tenim

$$m_2 g - T = m_2 a$$

i per el de l'esquerra

$$T - m_1 g = m_1 a$$

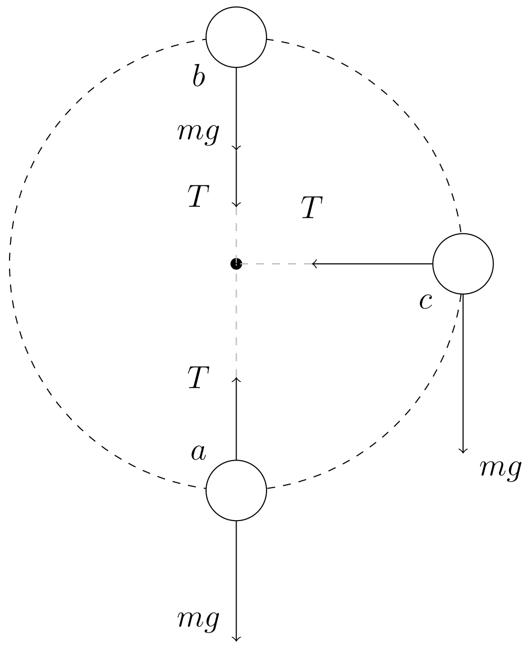
Sumant les equacions

$$m_2 g - m_1 g = (m_1 + m_2) a$$

d'on

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g}{m_1 + m_2} = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = 9,8 \cdot \frac{40 - 20}{40 + 20} = 3,27\, m/s^2$$

5. Representem les forces en cada punt d'interès



(a) Al punt més baix a, tenim

$$T - mg = m\frac{v^2}{R} \rightarrow T = m\frac{v^2}{R} + mg = 3 \cdot \frac{10^2}{2} + 3 \cdot 9,8 = 179,4\,N$$

(b) Al punt més alt b, tenim

$$T + mg = m\frac{v^2}{R} \rightarrow T = m\frac{v^2}{R} - mg = 3 \cdot \frac{10^2}{2} - 3 \cdot 9,8 = 120,6\,N$$

(c) Al punt a mitja alçada c,

$$T = m\frac{v^2}{R} = 3 \cdot \frac{10^2}{2} = 150\,N$$

6. (a)

$$E_{pg} = mgh = 50 \cdot 9,8 \cdot 30 = 14700\,J$$

(b)

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = mgh = 14700\,J$$

(c)

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 14700}{50}} = 24,25\,m/s$$

7. (a) A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_1v_2'$$

podem escriure

$$2 \cdot 10 + 10 \cdot 0 = (2 + 10) \cdot v'$$

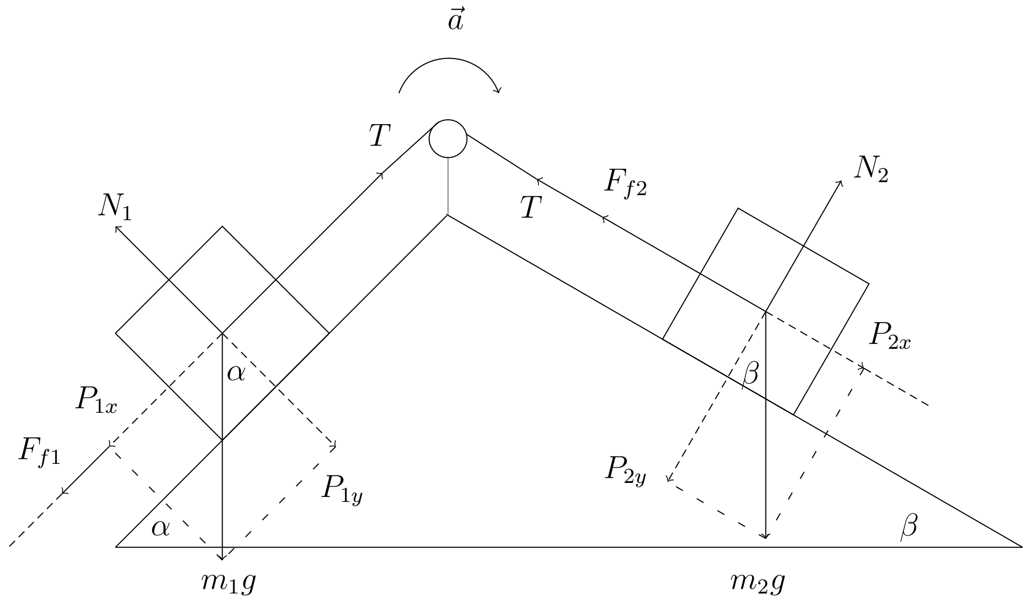
on no hem distingit les velocitats després del xoc ja que queden junts. Llavors

$$v' = \frac{20}{12} = 1,67\, m/s$$

(b) Plantegem un balanç d'energia

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{mv^2}{k}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 1,67^2}{100}} = 0,58\, m$$

8. Representem les forces i localitzem els angles,



Pel cos 1 les equacions son,

$$\begin{cases} N_1 = P_{1y} \\ T - F_{f1} - P_{1x} = m_1a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_1 = m_1g\cos\alpha \\ T - F_{f1} - m_1g\sin\alpha = m_1a \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} N_1 = m_1g\cos\alpha \\ T - \mu N_1 - m_1g\sin\alpha = m_1a \end{cases} \rightarrow T - \mu m_1g\cos\alpha - m_1g\sin\alpha = m_1a$$

Pel cos 2 les equacions son,

$$\begin{cases} N_2 = P_{2y} \\ P_{2x} - T - F_{f2} = m_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_2 = m_2 g \cos\beta \\ m_2 g \sin\beta - T - F_{f2} = m_2 a \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} N_2 = m_2 g \cos\beta \\ m_2 g \sin\beta - T - \mu N_2 = m_2 a \end{cases} \rightarrow m_2 g \sin\beta - T - \mu m_2 g \cos\beta = m_2 a$$

Obtenim llavors el sistema

$$\begin{cases} T - \mu m_1 g \cos\alpha - m_1 g \sin\alpha = m_1 a \\ m_2 g \sin\beta - T - \mu m_2 g \cos\beta = m_2 a \end{cases}$$

que es resol fàcilment per donar

$$m_2 g \sin\beta - \mu m_2 g \cos\beta - \mu m_1 g \cos\alpha - m_1 g \sin\alpha = m_1 a + m_2 a$$

d'on finalment

$$a = g \cdot \frac{m_2 \sin\beta - \mu m_2 \cos\beta - \mu m_1 \cos\alpha - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}$$

fent servir les dades del problema

$$a = 9,8 \cdot 10 \cdot \frac{\sin 30° - 0,2\cos 30° - 0,2\cos 60° - \sin 60°}{10 + 10} = -3,13\, m/s^2$$

el sentit de gir l'hem triat sense cap argument en particular. Com l'acceleració surt negativa, això ens diu que els sistema **no** es mou en aquest sentit. Ara hi ha dues opcions; podríem tornar a resoldre el problema suposant que el sistema es mou en sentit contrari, o podem aprofitar la feina feta si ens adonem de quines forces canvien de sentit i quines no. Al demanar que el sistema es mogui en sentit contrari les úniques forces que canvien de sentit són les de fregament, per tant, a l'expressió

$$a = g \cdot \frac{m_2 \sin\beta - \mu m_2 \cos\beta - \mu m_1 \cos\alpha - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}$$

obtinguda abans, cal mantenir el signe de les forces de fregament, i canviar les altres dues (ja que l'acceleració ha canviat de sentit)

$$a = g \cdot \frac{m_1 \sin\alpha - \mu m_2 \cos\beta - \mu m_1 \cos\alpha - m_2 \sin\beta}{m_1 + m_2}$$

fent servir les dades

$$a = 9,8 \cdot 10 \cdot \frac{\sin 60° - 0,2 \cos 30° - 0,2 \cos 60° - \sin 30°}{10 + 10} = 0,45\, m/s^2$$

Noteu que el valor obtingut **no** és l'anterior canviat de signe, això només seria esperable si no hi hagués fregament.