**1.** Siguin un planeta de massa $M = 8,00 \cdot 10^{26}\,kg$ i radi $R = 5,00 \cdot 10^{10}\,m$ i un satèl·lit artificial que es vol posar en òrbita circular estable al voltant del planeta, a una altura $h = 2R$. Suposant que la massa del satèl·lit és $m = 300\,kg$, es demana:

(a) **(0,5 pts)** Calculeu quina serà la velocitat del satèl·lit un cop es trobi en l'òrbita descrita.

L'equació de la velocitat per les òrbites circulars estables és

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

llavors,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+2R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26}}{3 \cdot 5,00 \cdot 10^{10}}} = 596,43\,m/s$$

(b) **(0,5 pts)** Calculeu el període de tal òrbita.

Podem fer servir

$$2\pi r = vT$$

d'on

$$T = \frac{2\pi \cdot 3R}{v} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 5,00 \cdot 10^{10}}{596,43} = 1,58 \cdot 10^{9}\,s$$

(c) **(1 pt)** Calculeu l'energia que cal donar al satèl·lit per tal de posar-lo en òrbita.

Calculem la diferència entre l'energia mecànica que tindrà a l'òrbita de destí menys la que tenia quan es va llançar (tenint en compte només la potencial gravitatòria)

$$W = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{3R} - \left(-\frac{GMm}{R}\right) = \frac{GMm}{R}\left(1 - \frac{1}{6}\right) =$$

$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26} \cdot 300}{5,00 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{5}{6} = 2,67 \cdot 10^{8}\,J$$

(d) **(1 pt)** Calculeu finalment l'energia que caldria donar al satèl·lit per tal de dur-lo, de de l'òrbita on es troba a una altra amb $h' = 3R$.

Calculem la diferència d'energia mecànica entre les òrbites

$$W = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{4R} - \left(-\frac{1}{2}\frac{GMm}{3R}\right) = \frac{GMm}{R}\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right) =$$

$$= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,00 \cdot 10^{26} \cdot 300}{5,00 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{2}{48} = 1,33 \cdot 10^{7}\,J$$

**2.** Considereu un condensador pla de plaques paral·leles separades una distància $d = 2,00 \cdot 10^{-6}\,m$ i polaritzades a $V = 15,0\,V$. Es demana:

(a) **(0,5 pts)** Calculeu el valor del camp elèctric en l'interior del condensador.

Fent servir la relació entre el camp, el potencial i la distància entre plaques

$$E = \frac{V}{d} = \frac{15,0}{2,00 \cdot 10^{-6}} = 7,5 \cdot 10^{6}\,V/m$$

(b) **(1 pt)** Si deixem anar, des de la placa negativa, un electró de càrrega $1,60 \cdot 10^{-19}\,C$ i massa $9,11 \cdot 10^{-31}\,kg$, calculeu amb quina velocitat arriba a la placa positiva.

Fem un balanç d'energia per obtenir

$$qV = \frac{1}{2}mv^2$$

d'on

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 15}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 2,30 \cdot 10^{6}\,m/s$$

**3.** Considereu tres càrregues elèctriques $Q_1 = 3,00\,nC$, $Q_2 = -5,00\,nC$, $Q_3 = 7,00\,nC$ que es troben als punts de pla $P_1 = (1,2)$, $P_2 = (-2,1)$ i $P_3 = (0,-2)$ respectivament. Es demana:

(*Podeu suposar coneguda la dada* $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9,00 \cdot 10^{9} Nm^2/C^2$)

(a) **(1 pt)** Calculeu el camp elèctric al punt $A = (3,0)$

Trobem les components dels vectors que va des de cada càrrega al punt on es vol calcular el camp i els seus mòduls

$$\vec{r}_1 = \overrightarrow{P_1A} = (2,-2) \qquad |\vec{r}_1| = r_1 = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8}$$

$$\vec{r}_2 = \overrightarrow{P_2A} = (5,-1) \qquad |\vec{r}_2| = r_2 = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$\vec{r}_3 = \overrightarrow{P_3A} = (3,2) \qquad |\vec{r}_3| = r_3 = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

llavors, el camp total en $A$

$$\begin{aligned}
\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_1^3}\vec{r}_1 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r_2^3}\vec{r}_2 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_3}{r_3^3}\vec{r}_3 \\
&= 9 \cdot 10^9 \left[\frac{3 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{8})^3} \cdot (2,-2) - \frac{5 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{26})^3} \cdot (5,-1) + \frac{7 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{13})^3} \cdot (3,2)\right] \\
&= \frac{27}{(\sqrt{8})^3} \cdot (2,-2) - \frac{45}{(\sqrt{26})^3} \cdot (5,-1) + \frac{63}{(\sqrt{13})^3} \cdot (3,2) \\
&= (4.72, 0.64)\,N/C
\end{aligned}$$

(b) **(0,5 pts)** Calculeu el potencial electrostàtic en el punt $B = (3, 5)$

Ens calen els mòduls dels vectors que van de cada càrrega al punt $B$

$$\vec{r'}_1 = \overrightarrow{P_1B} = (2,3) \qquad |\vec{r'}_1| = r'_1 = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$$
$$\vec{r'}_2 = \overrightarrow{P_2B} = (5,4) \qquad |\vec{r'}_2| = r'_2 = \sqrt{5^2+4^2} = \sqrt{41}$$
$$\vec{r'}_3 = \overrightarrow{P_3B} = (3,7) \qquad |\vec{r'}_3| = r'_3 = \sqrt{3^2+7^2} = \sqrt{58}$$

Ara és fàcil calcular

$$\begin{aligned} V_B &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r'_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r'_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_3}{r'_3} \\ &= 9\cdot 10^9 \left[\frac{3\cdot 10^{-9}}{\sqrt{13}} - \frac{5\cdot 10^{-9}}{\sqrt{41}} + \frac{7\cdot 10^{-9}}{\sqrt{58}}\right] \\ &= \frac{27}{\sqrt{13}} - \frac{45}{\sqrt{41}} + \frac{63}{\sqrt{58}} = 8,73\,V \end{aligned}$$

(c) **(1 pt)** Calculeu el treball que cal fer per moure una altra càrrega $Q_4 = -2,00\,nC$ des de $A$ fins a $B$.

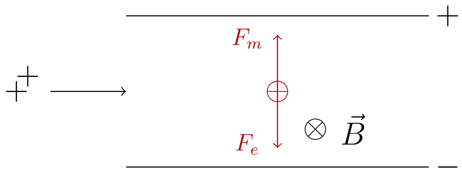
Necessitem calcular el potencial electrostàtic en el punt $A$, a partir dels vectors trobats al primer apartat de l'exercici,

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_3}{r_3} \\ &= 9\cdot 10^9 \left[\frac{3\cdot 10^{-9}}{\sqrt{8}} - \frac{5\cdot 10^{-9}}{\sqrt{26}} + \frac{7\cdot 10^{-9}}{\sqrt{13}}\right] \\ &= \frac{27}{\sqrt{8}} - \frac{45}{\sqrt{26}} + \frac{63}{\sqrt{13}} = 18,19\,V \end{aligned}$$

Ara, el treball demanat es pot calcular com

$$W_{A\to B} = Q_4(V_B - V_A) = -2,00\cdot 10^{-9}\cdot(8,73-18,19) = 1,89\cdot 10^{-8}\,J$$

**4.** Considereu l'esquema següent, en el qual un feix de partícules positives entra a mitja altura en un condensador on a més hi ha un camp magnètic, tal i com es mostra.



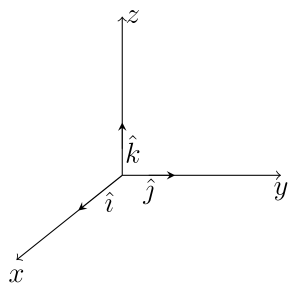

Sabent que $V = 12,0\,V$, $|\vec{B}| = 3,00\,T$ i la distància entre plaques és $d = 1,00 \cdot 10^{-6}\,m$, es demana:

(a) **(0,5 pts)** Dibuixeu les forces elèctrica i magnètica que actuen sobre una de les càrregues quan es troba a mig recorregut dins el condensador.

Fet al dibuix. La justificació de la direcció i sentit de la força elèctrica es pot fer pensant que dins el condensador es crea un camp elèctric perpendicular a les plaques i dirigit cap avall que "arrossega" les càrregues positives cap avall. En quant a la força magnètica, a partir de la llei de Lorentz

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

i fent les identificacions següents




$$\vec{B} = -\hat{\imath}B$$
$$\vec{v} = \hat{\jmath}v$$

es dedueix que ha de ser

$$\vec{F}_m = \hat{k}v$$

ja que

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = q \cdot (\hat{\jmath}v) \times (-\hat{\imath}B) = -qvB \cdot (\hat{\jmath} \times \hat{\imath}) = -qvB \cdot (-\hat{k}) = qvB\hat{k}$$

(b) **(0,5 pts)** Calculeu la velocitat que tenen les partícules que no es desvien.

Les partícules que no es desvien pateixen la mateixa força magnètica i elèctrica de forma que tenim

$$F_m = F_e \rightarrow \cancel{q}vB = \cancel{q}E$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{V/d}{B} = \frac{12,0/1,00 \cdot 10^{-6}}{3,00} = 4,00 \cdot 10^6 \, m/s$$

**5.** Una línia de mitjana tensió de $25,0 \, kV$ proveeix una masia propera de l'energia elèctrica necessària. La necessitat de potència de la masia és de $18,0 \, kW$. Tots els aparells de la masia funcionen a $220 \, V$, per la qual cosa disposa d'un transformador en el que seu primari requereix, com a mínim, una espira per cada $0,50 \, mA$. Calculeu:

(a) **(0,5 pts)** La intensitat elèctrica en el primari i en el secundari del transformador.

La potència consumida de la xarxa val $18,0 \, kW$, i com la tensió al primari és $V_p = 25 \, kV$, podem calcular la intensitat al primari a partir de $P = V_p I_p$, segons

$$I_p = \frac{P}{V_p} = \frac{18 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^3} = 0,72 \, A$$

Ara, fent servir

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{I_s}{I_p}$$

podem calcular

$$I_s = \frac{V_p}{V_s} I_p = \frac{25 \cdot 10^3}{220} \cdot 0,72 = 81,82 \, A$$

(b) **(0,5 pts)** El nombre mínim d'espires que tindrà cadascuna de les bobines del transformador.

Tenim que, al primari

$$0,72 \, A \cdot \frac{1 \, espira}{0,50 \cdot 10^{-3} \, A} = 1440 \, espires$$

i al secundari

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p} \rightarrow N_s = \frac{I_p}{I_s} N_p = \frac{0,72}{81,82} \cdot 1440 = 12,67 \, espires$$

el secundari haurà de tenir 13 espires.

**6.** Considereu un fil conductor de longitud $l = 3,00\,m$ i massa $m = 1,00\,g$ sobre el qual circula una intensitat $I = 2,00\,A$, que es manté en posició horitzontal en equilibri surant en l'aire gràcies a l'acció d'un camp magnètic que actua perpendicularment al fil tal com s'indica

$$\otimes \quad \vec{B}$$

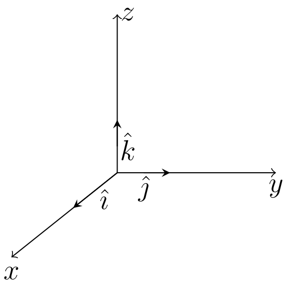
Es demana:

(a) **(0,5 pts)** Quin ha de ser el sentit de la intensitat que circula pel fil per tal que es mantingui surant?

A partir de la llei de Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

i fent les identificacions següents




$$\vec{B} = -\hat{\imath}B$$
$$\vec{F} = \hat{k}F$$

es dedueix que ha de ser

$$\vec{v} = \hat{\jmath}v$$

és a dir, per tal que la força magnètica vagi cap a dalt la intensitat ha de circular cap a la dreta ja que

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q \cdot (\hat{\jmath}v) \times (-\hat{\imath}B) = -qvB \cdot (\hat{\jmath} \times \hat{\imath}) = -qvB \cdot (-\hat{k}) = qvB\hat{k}$$

(b) **(0,5 pts)** Calculeu el mòdul $|\vec{B}|$ del camp magnètic.

En la situació d'equilibri

$$mg = F_m = qvB = ItvB = IlB$$

d'on

$$B = \frac{mg}{Il} = \frac{1,00 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{2,00 \cdot 3,00} = 1,63 \cdot 10^{-3}\,T$$