

1. (a) A partir de la definició d'esforç

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{mg}{a \cdot b} = \frac{8 \cdot 9,8}{10 \cdot 12} = 0,65 \text{ MPa}$$

(b) De forma similar

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{8 \cdot 9,8}{\pi \left(\frac{30}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{20}{2}\right)^2} = 0,2 \text{ MPa}$$

(c) Igual que abans

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{F}{A} = \frac{mg}{a \cdot b - (a - 2e)(b - 2e)} \\ &= \frac{8 \cdot 9,8}{40 \cdot 10 - (40 - 2 \cdot 2)(10 - 2 \cdot 2)} = 0,43 \text{ MPa} \end{aligned}$$

(d) Finalment

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{8 \cdot 9,8}{\pi \left(\frac{12}{2}\right)^2} = 0,69 \text{ MPa}$$

2. Calculem directament

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T = 0,5 \cdot 23,6 \cdot 10^{-6} \cdot 170 = 2,006 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

per tant, la longitud final serà

$$L = L_0 + \Delta L = 0,5 + 2,006 \cdot 10^{-3} = 0,502006 \text{ m}$$

3. A partir de la definició de rendiment

$$\eta = \frac{P_{util}}{P_{cons}}$$

i ara

$$P_{util} = \eta P_{cons} = \eta \frac{mgh}{t} = 0,53 \cdot \frac{10^5 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 40}{12 \cdot 3600} = 4,81 \cdot 10^5 \text{ W}$$

4. Calculem l'esforç per cada diàmetre

$$\sigma_1 = \frac{F}{S_1} = \frac{F}{\pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = \frac{9 \cdot 10^3}{\pi \left(\frac{16,8}{2}\right)^2} = 40,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{F}{S_2} = \frac{F}{\pi \left(\frac{D_2}{2}\right)^2} = \frac{9 \cdot 10^3}{\pi \left(\frac{19}{2}\right)^2} = 31,74 \text{ MPa}$$

Amb aquests resultats i mirant a la taula podem saber què succeeix amb cada material per cada diàmetre, així



- Material  $A$ , diàmetre 1 ( $A_1$ ): es trenca.
- Material  $A$ , diàmetre 2 ( $A_2$ ): es deforma permanentment però no es trenca.
- Material  $B$ , diàmetre 1 ( $B_1$ ): es deforma permanentment però no es trenca. Material  $B$ , diàmetre 2 ( $B_2$ ): es troba en el règim elàstic, per tant, no pateix deformacions permanents ni es trenca.
- Material  $C$ , diàmetre 1 ( $C_1$ ): es deforma permanentment. però no es trenca.
- Material  $C$ , diàmetre 2 ( $C_2$ ): es troba en el règim elàstic, per tant, no pateix deformacions permanents ni es trenca.
- Material  $D$ , diàmetre 1 ( $D_1$ ): es troba en el règim elàstic, per tant, no pateix deformacions permanents ni es trenca.
- Material  $D$ , diàmetre 2 ( $D_2$ ): es troba en el règim elàstic, per tant, no pateix deformacions permanents ni es trenca.

Fent servir aquesta informació ja podem respondre als dos primers apartats

(a)  $A_2$ ,  $B_1$  i  $C_1$ .

(b)  $A_1$ .

(c) Calculem per  $B_2$

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{31,74 \cdot 10^6}{220 \cdot 10^9} = 0,00014427$$

de forma que tindrem

$$\Delta L = L_0\varepsilon = 0,75 \cdot 0,00014427 = 1,082 \cdot 10^{-4} m = 0,108 mm$$

$$L_f = L_0 + \Delta L = 750 + 0,108 = 750,108 mm$$

Calculem ara per  $C_2$

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{31,74 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 0,0001587$$

de forma que tindrem

$$\Delta L = L_0\varepsilon = 0,75 \cdot 0,0001587 = 1,19025 \cdot 10^{-4} m = 0,19025 mm$$

$$L_f = L_0 + \Delta L = 750 + 0,19025 = 750,19025 mm$$



Calculem per  $D_1$

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{40,6 \cdot 10^6}{250 \cdot 10^9} = 0,0001624$$

de forma que tindrem

$$\Delta L = L_0 \varepsilon = 0,75 \cdot 0,0001624 = 1,218 \cdot 10^{-4} m = 0,1218 mm$$

$$L_f = L_0 + \Delta L = 750 + 0,1218 = 750,1218 mm$$

finalment, calculem per  $D_2$

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{31,74 \cdot 10^6}{250 \cdot 10^9} = 0,00012696$$

de forma que tindrem

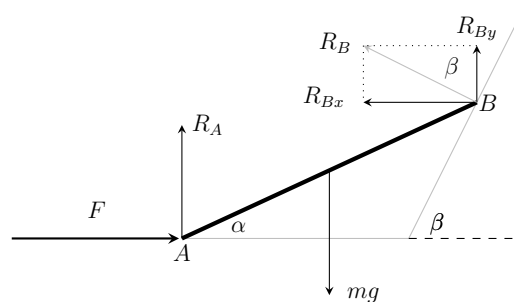
$$\Delta L = L_0 \varepsilon = 0,75 \cdot 0,00012696 = 9,522 \cdot 10^{-5} m = 0,09522 mm$$

$$L_f = L_0 + \Delta L = 750 + 0,09522 = 750,09522 mm$$

5. Calculem directament

$$P_u = \eta \cdot P_c = \eta \cdot \frac{W_c}{t} = 0,58 \cdot \frac{350\,000}{1} = 203\,000 W = 2,03 \cdot 10^5 W$$

6. (a) Per representar el diagrama de cos lliure hem de tenir en compte que les reaccions en A i B són perpendiculars a la superfície, ja que ens diuen que no hi ha fregament



(b) Les equacions per l'eix  $OX$ ,  $OY$  i la de moments (respecte el punt  $B$ ), són

$$F = R_{Bx} \quad R_A + R_{By} = mg \quad mg \frac{l}{2} \cos \alpha + Fl \sin \alpha = R_A l \cos \alpha$$

a banda de les anteriors, també disposem de la relació

$$\tan \beta = \frac{R_{Bx}}{R_{By}}$$

(c) A partir de les equacions anteriors podem escriure

$$\begin{cases} R_A + R_{By} = mg \\ F = R_{By} \tan \beta \\ \frac{mg}{2} \cos \alpha + F \sin \alpha = R_A \cos \alpha \end{cases}$$

fent servir que

$$\cos \alpha = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin \alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \tan \beta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\frac{mg}{2} \sqrt{3} + R_{by} \sqrt{3} = R_A \sqrt{3}$$

que es pot escriure com

$$\frac{mg}{2} \sqrt{3} + R_{by} \sqrt{3} = (mg - R_{By}) \sqrt{3}$$

d'on

$$R_{By} = \frac{mg}{4} = \frac{200}{4} = 50 \text{ N}$$

i la reacció total en  $B$  serà

$$R_B = \frac{R_{By}}{\cos \beta} = \frac{50}{\cos 60^\circ} = 100 \text{ N}$$

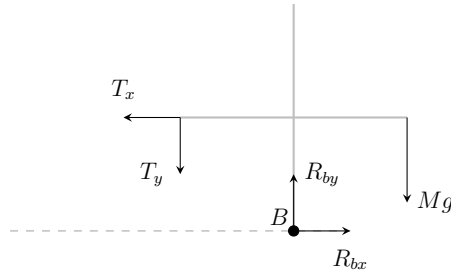
Ara, només cal calcular

$$R_A = mg - R_{By} = 200 - 50 = 150 \text{ N}$$

i

$$F = R_{By} \tan \beta = 50 \sqrt{3} = 86,6 \text{ N}$$

7. (a)



(b) Les equacions per l'eix  $OX$ ,  $OY$  i la de moments (respecte el punt  $B$ ), són

$$T_x = R_{Bx} \quad R_{By} = Mg + T_y \quad T_y l + T_x l = Mgl$$

a banda de les anteriors, també disposem de la relació

$$T_x = T_y$$

ja que l'angle que forma la tensió total amb l'horitzontal val  $45^\circ$ .

(c) A partir de l'equació de moments podem escriure

$$2T_x = Mg \rightarrow T_x = \frac{Mg}{2} = \frac{20 \cdot 9,8}{2} = 98 \text{ N} = T_y$$

i

$$R_y = T_y + Mg = \frac{Mg}{2} + Mg = \frac{3}{2}Mg = \frac{3}{2} \cdot 20 \cdot 9,8 = 294 \text{ N}$$

de forma que la tensió del cable que es troba lligat al punt d'articulació  $A$ , val

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{98^2 + 98^2} = 138,6 \text{ N}$$

i la tensió del cable que subjecta la massa  $M$  és

$$T' = Mg = 20 \cdot 9,8 = 196 \text{ N}$$