1. Per una banda la potència activa total es pot calcular com

$$P_T = 3 \cdot 2500 + 4 \cdot 5000 + 60 \cdot 80 = 32300\,W$$

on hem tingut en compte que totes les càrregues es troben sotmeses a la mateixa tensió. En quant a la potència reactiva tenim, per una banda, la corresponent als motors

$$Q_1 = 4 \cdot 5000 \tan(\arccos 0,65) = 23382,6\,VAR$$

la corresponent als fluorescents

$$Q_2 = 60 \cdot 80 \tan(\arccos 0,7) = 4896,98\,VAR$$

de forma que la total valdrà

$$Q_T = 23382,6 + 4896,98 = 28279,57\,VAR$$

i la potència aparent

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(32300)^2 + (28279,57)^2} = 42930,46\,VA$$

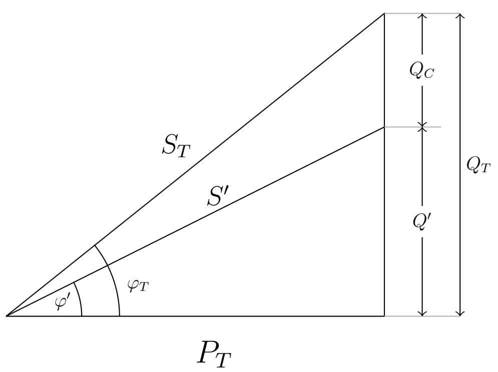
llavors, el factor de potència de la instal·lació val

$$\cos\varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{32300}{42930,46} = 0,75238$$

d'on

$$\varphi_T = 45,78°$$

l'esquema que fem servir per poder calcular la correcció necessària és ja conegut



la potència reactiva que ha de consumir la bateria de condensadors es pot calcular com

$$Q_C = Q_T - Q' = P_T \tan\varphi_T - P_T \tan\varphi' = P_T(\tan\varphi_T - \tan\varphi')$$

fent servir les dades que tenim

$$Q_C = 32300 \cdot (\tan 45,78^\circ - \tan(\arccos 0,98)) = 21720,78\, VAR$$

La intensitat que alimenta la bateria de condensadors serà

$$I = \frac{Q_C}{V} = \frac{21720,78}{220} = 98,73\, A$$

la impedància

$$X_C = \frac{V}{I} = \frac{220}{98,73} = 2,228\,\Omega$$

i la capacitat

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 2,228} = 1,43 \cdot 10^{-3}\, F$$

2. La impedància total del circuit es pot calcular com

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\overbrace{(10+20j)}^{Z_1} \cdot 10}{10+20j+10} + \frac{\overbrace{(20+10j)}^{Z_2}\overbrace{(20-8j)}^{Z_3}}{20+10j+20-8j} \\ &= 7,5+2,5j+12,02+0,4j \\ &= 19,52+2,9j \end{aligned}$$

en mòdul,

$$|Z| = \sqrt{19,52^2 + (2,9)^2} = 19,734\,\Omega$$

(a) La intensitat total valdrà

$$I_T = \frac{U}{Z} = \frac{400}{19,52+2,9j} = 20,05 - 2,98j$$

en mòdul,

$$|I_T| = \sqrt{20,05^2 + (-2,98)^2} = 20,27\, A$$

Al conjunt Z_1 en paral·lel amb la resistència de $10\,\Omega$ hi cau una tensió

$$V_1 = I_T \cdot (Z_1//10) = (20,05-2,98j)(7,5+2,5j) = 157,825 + 27,775j$$

en mòdul,

$$|V_1| = \sqrt{157,825^2 + 27,775^2} = 160,25\,V$$

Llavors, la intensitat que circula per Z_1 val

$$I_{Z_1} = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{157,825 + 27,775j}{10 + 20j} = 4,27 - 5,76j$$

en mòdul,

$$|I_{Z_1}| = \sqrt{4,27^2 + (-5,76)^2} = 7,167\,A$$

i la que circula per la resistència que està en paral·lel amb Z_1 val

$$I_{10\,\Omega} = \frac{V_1}{10} = \frac{157,825 + 27,775j}{10} = 15,7825 + 2,7775j$$

en mòdul,

$$|I_{10\,\Omega}| = \sqrt{15,7825^2 + 2,7775^2} = 16,025\,A$$

Ara, l'agrupació $Z_2//Z_3$ queda sotmesa a una tensió

$$400 - (157,825 + 27,775j) = 242,175 - 27,775j \equiv V_2$$

en mòdul,

$$|V_2| = \sqrt{242,175^2 + (-27,775)^2} = 243,76\,V$$

i podem calcular la intensitat que passa per cada branca segons

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_2} = \frac{242,175 - 27,775j}{20 + 10j} = 9,132 - 5,955j$$

en mòdul,

$$|I_2| = \sqrt{9,132^2 + (-5,955)^2} = 10,9\,A$$

i

$$I_3 = \frac{V_2}{Z_3} = \frac{242,175 - 27,775j}{20 - 8j} = 10,917 + 2,978j$$

en mòdul,

$$|I_3| = \sqrt{10,917^2 + 2,978^2} = 11,316\,A$$

(b) El factor de potència representa l'angle de fase entre la intensitat total i la tensió de la font d'alimentació, en el nostre cas havíem trobat

$$I_T = 20,05 - 2,98j$$

que en forma polar s'expressa com

$$I_T = \sqrt{20,05^2 + (-2,98)^2}_{\arctan\left(\frac{-2,98}{20,05}\right)} = 20,27_{-8,454^\circ}$$

el circuit és inductiu (la intensitat total està endarrerida respecte la tensió de la font). El factor de potència val

$$\cos\varphi = \cos(-8,454^\circ) = 0,991$$

(c) La potència activa del circuit val

$$P = VI\cos\varphi = 400 \cdot 20,27\cos(-8,454^\circ) = 8036,6\,W$$

la reactiva

$$Q = VI\sin\varphi = 400 \cdot 20,27\sin(-8,454^\circ) = -1073,54\,VAR$$

i l'aparent

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{8036,6^2 + (-1073,54)^2} = 8108\,VA$$