TEMA 10 MÀQUINES SIMPLES I ELEMENTS DE MÀQUINES

1. Sistemes mecànics. Estàtica de màquines.

*Una **màquina** és un sistema format per un o més conjunts mecànics amb parts mòbils i eventualment per altres conjunts (elèctrics, electrònics, òptics, etc.), concebut per realitzar una tasca determinada, que normalment comporta la realització de treball o la transformació d'energia.*

*Un **mecanisme** és un conjunt d'elements mecànics que realitza funcions de guiatge i transmissió relacionades amb els moviments i les forces en el si d'una màquina. Un mecanisme, per tant, forma part d'una màquina dins la qual realitza una funció determinada, com ara una caixa de canvis, una transmissió, etc.*

1.1 Equilibri del punt material o de la partícula.

Per resoldre problemes d'estàtica aplicarem les lleis de Newton. Perque hi hagi equilibri estàtic s'ha de complir

$$\sum \vec{F} = 0$$

1.2 Equilibri del sòlid rígid.

*Es considera un **sòlid rígid** un cos d'una determinada massa en el qual la distància entre dos punts qualssevol no varia siguin quines siguin les forces que hi actuen.*

En aquest cas haurem d'afegir la condició que la suma de moments que hi actuen també sigui nu·la

$$\sum \vec{M} = 0$$

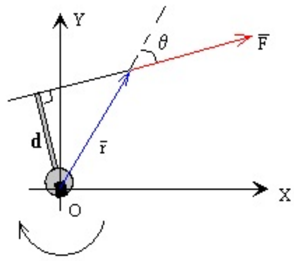
El **moment** ($\vec{M_o}$) **d'una força** ($\vec{F}$) **respecte d'un punt** (o) es defineix com el producte vectorial del vector posició $\vec{r}$ de la força respecte del punt, per la força

$$\vec{M_o} = \vec{r} \times \vec{F}$$

en mòdul

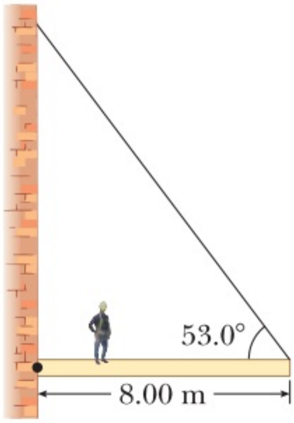
$$M_o = r \cdot F \cdot \sin\theta = F \cdot d$$

on d és l'anomenat *braç de palanca*.

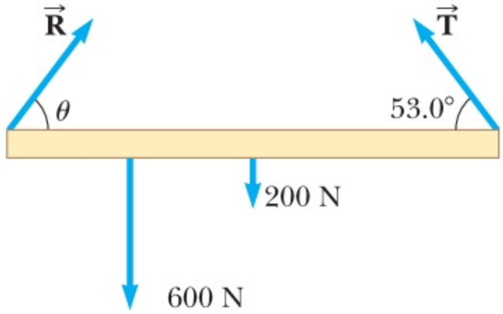


Les unitats del moment són $N \cdot m$. Com els moments fan girar els cossos, la condició de que la suma de moments sigui zero és necesària per poder garantir equilibri estàtic.

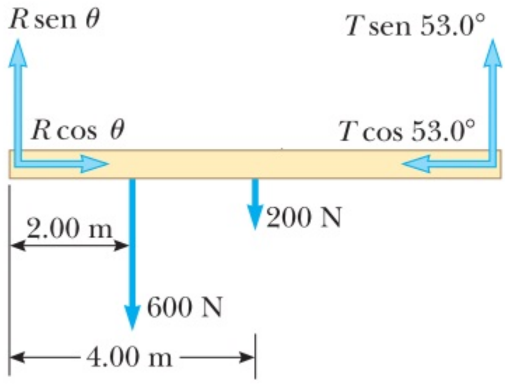
Exemple 1. Una biga horitzontal uniforme amb longitud $8\,m$ i pes de $200\,N$ es troba articulada en un dels extrems unit a una paret. El seu extrem més allunyat se sosté mitjançant un cable que forma un angle de $53°$ amb la biga. Una persona de $600\,N$ de pes es troba a $2\,m$ de la paret. Es demana calcular la tensió al cable així com les reaccions al punt de suport articulat de la biga.



Primer representem el diagrama de sòlid lliure per la biga



i descomposem la reacció a l'articulació i la tensió segons uns eixos adequats



Ara escrivim les condicions d'equilibri estàtic

$$\sum \vec{F} = 0, \quad \sum \vec{M} = 0$$

en quant les forces

$$R \sin\theta + T \sin 53^\circ = 600 + 200$$

$$R \cos\theta = T \cos 53^\circ$$

i pel que fa als moments (els calculem respecte el punt d'articulació)

$$T \sin 53^\circ \cdot 8 = 600 \cdot 2 + 200 \cdot 4$$

d'on s'obté

$$T = 313\, N, \quad R_x = R\cos\theta = 188\, N, \quad R_y = R\sin\theta = 550\, N$$

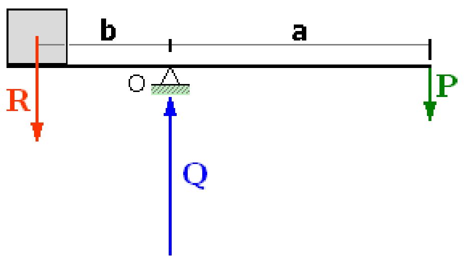
2. Màquines simples.

Les màquines simples com la *roda*, la *palanca* i el *pla inclinat* s'utilitzen per amplificar forces. Per determinar les forces que es poden contrarestar amb una màquina, partirem de les condicions d'equilibri estàtic que hem vist. En alguns casos, però, serà més fàcil partir del *principi de conservació de l'energia*. Cal recordar que, si el rendiment d'una màquina és del 100%, el treball o energia que rep és el mateix que subministra. El treball que fem sobre una màquina simple s'anomena **treball motriu** i el que fan les càrregues per contrarestar, **treball resistent**.

2.1 La palanca.

La palanca és una barra rígida que es recolza en un punt de suport o fulcre.

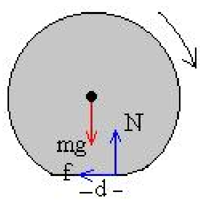
En la palanca, el moment de la força (P) que s'aplica és igual al producte d'aquesta per la distància mínima al punt de suport i perquè hi hagi equilibri ha de ser igual al moment resistent.



$$P \cdot a = R \cdot b$$

2.2 La roda.

Per tal que una roda rodoli sobre una superfície ha d'existir una fricció entre totes dues; si no fos així la roda, en lloc de rodolar, patinaria. Ara bé, aquesta fricció es produeix perquè la roda o la superfície, o totes dues, es deformen com a conseqüència de la força que fa el pes de la roda sobre la superfície. Per tal que comenci a rodolar el moment que fa la força aplicada ha de ser més gran que el que fa el pes.

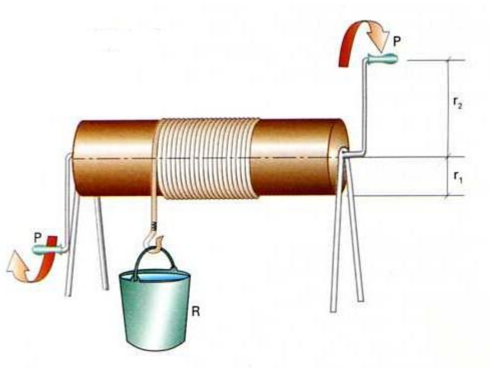


$$F \geq \frac{mg \cdot \delta}{R}$$

on δ és l'anomenat *coeficient de rodolament* i es mesura en metres.

2.3 El torn.

El torn és una màquina destinada bàsicament a l'elevació de càrregues.

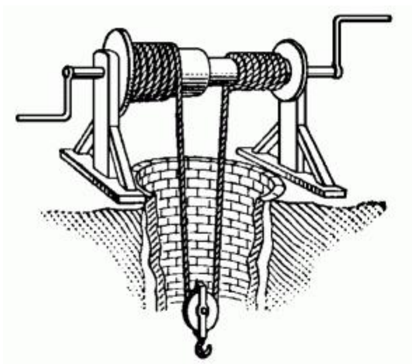


Per tal que hi hagi equilibri el moment generat per la càrrega ha de ser igual al moment que es provoca a través de la maneta, així tenim

$$P \cdot r_2 = R \cdot r_1$$

Si es fa força a les dues manetes, caldrà considerar que P val el doble.

Una variant és el torn diferencial, en el que tenim dos cilindres concèntrics de diferent diàmetre, de manera que quan es pretén elevar la càrrega el cilindre de major diàmetre enrrotlla la corda i el de menor diàmetre la desenrotlla.



En aquesta màquina es compleix

$$F_1 \cdot 2L = F_2 \cdot (R - r)$$

on F_1 és la força que fem sobre una manovella de longitud L, F_2 és la càrrega que volem elevar i R, r són els radis del cilindres del torn. Amb aquesta màquina la velocitat d'elevació és molt petita però es poden pujar càrregues molt pesants.

Tenint en compte que el rendiment no té perquè ser del 100 % podem reescriure l'expressió anterior com

$$F_1 \cdot 2L \cdot \eta = F_2 \cdot (R - r)$$

2.3 El ternal.

El ternal és una màquina formada per tres politges: dues fixes i concèntriques, de diferents diàmetres i fixades al mateix eix, i una mòbil. El ternal també rep el nom de sistema de politges diferencial.

El seu funcionament és el mateix que el torn diferencial, al estirar la corda, la longitud de corda enrotllada en la politja de més diàmetre és superior a la desenrotllada per la politja de menys diàmetre, amb la qual cosa s'aconsegueix que s'elevi la càrrega que penja de la politja mòbil. La força F que s'ha d'aplicar per contrarestar una determinada càrrega R ve donada per

$$F = \frac{R \cdot (r_1 - r_2)}{2 \cdot r_1 \eta}$$

on, r_1 és el radi de la politja gran, r_2 el de la politja petita i η el rendiment.

2.4 El pla inclinat.

El pla inclinat és una màquina utilitzada des de l'antiguitat, tot i que avui dia no s'usa a penes, però sí altres màquines que en són una derivació, com les *rosques* i les *falques* o *tascons*.

És fàcil comprovar que la força que cal fer per remuntar un cos de pes G sobre un pla inclinat una angle α suposant un coeficient de fregament μ, val

$$F = G \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

2.5 El caragol.

El caragol és una de les aplicacions més importants del pla inclinat. En caragol és en definitiva un pla inclinat que remunta una superfície cilíndrica.

L'expressió que permet calcular la resistència que podem vèncer R en funció dels paràmetres característics del caragol, és

$$R = \frac{M}{\tan(\alpha + \varphi) r_c}$$

on M és el moment que fem sobre el caragol, α es pot calcular en funció del *pas de rosca* p i el radi mitjà del caragol r_c com

$$\tan\alpha = \frac{p}{2\pi r_c}$$

i φ està relacionat amb el fregament μ de la següent manera

$$\tan\varphi = \mu$$

3. Elements de màquines.

3.1 Càlcul d'unions. Resistència al cisallament. Esforços tallants.

El valor de l'esforç tallant ve donat per

$$\tau_e = \frac{F}{A}$$

i recordant la definició d'índex de seguretat, n

$$\tau_t = \frac{\tau_e}{n}$$

L'exemple més rellevant d'esforç tallant el constitueixen les unions amb caragols o reblons. Per una unió simple tenim

$$F = N \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \tau_t$$

On N és el nombre de reblons o caragols, D el diàmetre del rebló o del nucli de la rosca en mm i τ_t és l'esforç tallant de treball en MPa. Per a una unió composta la força és el doble que en la simple.